OR Methoden in der Produktion (POM I, II)

1. Grundbegriffe

- Wiederholungsgrad der Produktion: Einzel-, Serien-, Massenfertigung
- Organisationstypen: Werkstatt-, Baustellen-, Reihen-, Fließ-, Zentrenfertigung

2. Prognosemethoden

- **Prognosen ohne Trend**
  - *Gleitender Durchschnitt*: $\hat{d}_{t+1} = 1/N \sum d_{t-i} = \hat{d}_t + 1/N\,(d_t - d_{t-N})$
  - *Exponentielle Glättung*: $\hat{d}_{t+1} = \alpha\, d_t + (1-\alpha)\, \hat{d}_t$
- **Prognosen mit linearem Trend**
  - *Doppelte Exponentielle Glättung von Holt*:
    $r_t = \alpha\, d_t + (1-\alpha)\,(r_{t-1} + s_{t-1})$ Startwert: $r_0 = d_0$
    $s_t = \beta\,(r_t - r_{t-1}) + (1-\beta)\, s_{t-1}$ Startwert: $s_0 = 0$ (oder $s_0 = d_1 - d_0$ **!!!**)
    $\hat{d}_{t+\tau} = r_t + \tau\, s_t$
  - *Lineare Regression (KQ-Methode)*:
    $a_t = \bar{d}_t - ½\,(t+1)\, b_t$
    $b_t = \text{cov}(d_t, t) / \text{var}(t) = 12\,(\sum i\, d_i) / [t\,(t^2-1)] - [6/(t-1)]\, \bar{d}_t$
    $\hat{d}_{t+\tau} = a_t + (t+\tau)\, b_t$
- Prognose bei saisonal schwankender Nachfrage {}
  $r_t = (\alpha / c_{t-N})\, d_t + (1-\alpha)\,(r_{t-1} + s_{t-1})$ Startwert: $r_0 = \bar{d}^{-1} + ½\,(N-1)\, s_0$
  $s_t = \beta\,(r_t - r_{t-1}) + (1-\beta)\, s_{t-1}$
  $c_t = \gamma\, d_t/r_t + (1-\gamma)\, c_{t-N}$

3. Lagerhaltung / Losgrößenplanung

Variablen: K = Bestellfixkosten, c= var. Kosten, d= Bestellmenge/a = Abnahmenrate, q = Bestellmenge, h= Lagerhaltungskosten [pro ME und ZE]

- **Deterministische Modelle**
  - *klassisches Modell*: $q^* = \sqrt{(2 Kd / h)}$
  - *mit Fehlmengen*: p = Fehlmengenkosten pro ME und ZE
    $q^* = q_{klass} * \sqrt{((h+p)/p)}$ und maximaler Lagerbestand: $S^* = q_{klass} * \sqrt{(p/(h+p))}$
    durchschnittlicher Lagerbestand: $½\, S^{*2} / q^*$
  - *mit endlicher Anlieferungs-/Produktionsrate* (=r):
    $q^* = q_{klass} * \sqrt{(1/(1 - d/r))}$
  - *mit mehreren Lagergütern*:
    - *unendliche Produktionsrate*:
      $q_j^+ = \sqrt{(2 K_j d_j / h_j)}$ mit zusätzlicher Restriktion: $\sum c_j q_j^+ \le B$
      → Lagrange Funktion $L(q_1, \dots, q_n, \mu)$ bilden und part. Ableitungen bestimmen
      → $q_j = \sqrt{\dfrac{2K_j d_j}{h_j + 2mc_j}}$
      Newton: $f(\mu) = \sum c_j q_j$ $\mu^{(n+1)} = \mu^{(n)} - g(\mu^{(n)}) / g'(\mu^{(n)})$ mit $g(\mu) = f(\mu) - B$
      Sonderfall: I_j = const. oder c_j / h_j = const für alle j $\Rightarrow q_j^* = m\, q_j^+$ mit $m = B / \sum c_j q_j^+$
    - *endliche Produktionsrate*:

      $q_j^* = \Delta^* d_j$ mit $\Delta^* = \sqrt{\dfrac{2\sum K_j}{\sum (1 - d_j/r_j)\, h_j d_j}}$

- **Dynamische Deterministische Modelle**
  Allg.: min $\sum K\ \delta(q_t) + h\ d_{t+1}$
  - *Wagner- Whitin*:
    t=1: $B_1^* = B_{11} = K$
    t=2: B_{12}, B_{22}, ... à $B_2^* = \min \{ B_{i2} \}$
    ...
  - *Silver-Meal Heuristik*: mit Abbruchkriterium: $\frac{c_{tt}}{t - t + 1} > \frac{c_{t,t-1}}{t - t}$
  - *Heuristik von Groff*: mit Abbruchkriterium: $\frac{hd_t}{2} > \frac{K}{(t - t)(t - t + 1)}$ (Start mit t=1, $\tau = 2$)
  - *mit Kapazitätsbeschränkung*:
    - *ein Lagergut (Heuristik)*:
      1. existiert eine zulässige Lösung? ($\sum^{\tau} \kappa_t \geq \sum^{\tau} d_t\ \forall\ \tau \in 1...T$)
      2. Eröffnung: $K_t = d_t$, von links anpassen, so daß $K_t \leq \kappa_t$, in Vorperiode produzieren
      3. Verbesserung: von rechts, komplettes K_t nach links verschieben, Ersparnis berechnen
    - *mehrere Lagergüter (Eisenhut)*:
      bei freier Kapazität: Lose sukzessive vergrößern u.d.N.:
      – nur komplette Lose (Periodenbedarf)
      – Lose mit höchsten Kostensenkungspotential (modifizierter Silver-Meal)
- **Stochastische Modelle**
  - *Arrow – Harris – Marchak (AHM) Modell*:
    (s, S) Politik: $q^*(x) = s-x$, falls $x < s$ und 0 sonst
    Sonderfall: $K=0 \Rightarrow s = S \Rightarrow F(S) = (p - (1- \alpha)\ c\ ) / (p+k)$ mit F(S): Verteilungsfunktion der Nachfrage
  - *stochastisches Losgrößenmodell*:
    Gesamtkosten: $C(s,q) = kd/q + h\ (1/2\ q + s) + pd/q \int (z\text{-}s)\ f(z)\ dz + cd - h\ \lambda\ d$ mit λ = Bestellzeitraum
    Servicegrad Typ 1: Wkt. α, daß während der Lieferzeit λ die Nachfrage befriedigt wird
    Servicegrad Typ 2: Wkt. β, der Nachfrage, die befriedigt wird (Lieferbereitschaft)

4. Materialbedarfsplanung

- *Gozinto - Graph* mit Dispositionsstufen
- *Stücklistenauflösung*:
  A = Direktbedarfsmatrix (untere Dreiecksmatrix)
  $G = (E\text{-}A)^{-1}$ = Gesamtbedarfsmatrix und analog $M = G - E$ = Mengenübersichtsmatrix
  $z = (E\text{-}A)^{-1}\ d$ = Bruttobedarf mit d = Primärbedarfsvektor
- *Material Requirements Planning (MRP)*:

für μ = M, M-1, ..., 0 (Dispositionsstufen
    für alle $j \in L_\mu$ (Bauteile)
        für t=1...T
            Bruttobedarf : $z_t^j = d_t^j + \sum_{k \in S(j)} a_{jk}\ q_t^k$
            Nettobedarf: $r_t^j = \max \{ 0, z_t^j - x_t^j + b_t^j \}$ mit b = SB und x = Lagerbestand
        für t=1, ..., T
            Losgröße q_t^j bestimmen (z.B. mit Wagner - Whitin)
            Durchlaufzeit p^j (in Perioden)
        für t=1, ..., T
            Falls $q_t^j > 0 \Rightarrow$ um t‘ = p^j verschieben (Vorlauf)

Probleme: unsichere Daten, beschränkte Kapazitäten, rollierende Planung

5. Planung von speziellen Produktionssegmenten

- **Terminplanung**
  - *Metra-Potential Path Method (MPM)*:
    Vorgangsknotennetz mit Start-Start-Beziehungen (Vorsicht bei offener Fertigungsweise)
    $Di = \vartheta + q_i t_i$ mit ϑ = Rüstzeit
    $T_{ij}^{min} = D_i + Ü_{ij}$ mit $Ü_{ij}$ = Übergangszeit
    FAZ_i = frühester Anfangszeitpunkt von i durch Vorwärtsrechnung
    SAZ_i = spätester Anfangszeitpunkt durch Rückwärtsrechnung
    $GP_i = SAZ_i – FAZ_i$ = Gesamtpufferzeit von i
    i ist kritischer Vorgang $\Leftrightarrow GP_i = SAZ_0$
  - *Balken- /Gantt – Diagramm* (von FAZ bis FEZ und gestrichelt bis SEZ)
  - *Kapazitätsplanung (Heuristik)*:
    - MPM Plan und unkapazitierte Anfangslösung bestimmen
    - Falls $\gamma_t > \kappa$ dann Vorgänge verschieben:
      - nur Vorgänge, die in t beginnen dürfen verschoben werden
      - höchste Priorität (zum Beibehalten):
        1. niedrigste Gesamtpufferzeit GP_i
        2. größter Kapazitätsbedarf β_i
        3. kleinste Vorgangsnummer i
- **Maschinenbelegung (Reihen- /Werkstattfertigung)**
  - Notation: $\alpha|\beta|\gamma$ mit
    - α: Problemtyp (Anz. Maschinen, Flop Shop (F), Job Shop (J))
    - β: Restrikitonen (z.B. r_j oder r_j, $p_j = 1$)
    - γ: Zielfunktion - Minimax (z.B. $C_{max} = \max \{DLZ_i\}$ oder L_{max} = Terminabweichung)
      - Minisum ($\sum C_j$ oder $\sum w_j C_j$)
  - *Ein-Maschinen-Probleme*:
    - $1||C_{max}$: trivial
    - $1||L_{max}$: EDD-Regel ("earliest due date first")
    - $1|r_j, p_j=1|L_{max}$: EDD –Regel unter allen verfügbaren Aufträgen
    - $1|| \sum C_j$: SPT – Regel ("shortest processing time")
    - $1|| \sum w_j C_j$: Quotientenregel von Smith: sortiere nach steigenden p_j / w_j
  - *Flow-Shop-Probleme*:
    - $F2||C_{max}$: Regel von Johnson: Zuordnung zu A, wenn $a_j < b_j$ (diese nach steigendem a_j ordnen), alle anderen zu B zuordnen (diese nach fallendem b_j ordnen)
    - $F3||C_{max}$: falls $\max \{p_{2j}\} \le \min \{p_{1j}, p_{3j}\}$ dann Johnson mit $a_j=p_{1j}+p_{2j}$ und $b_j = p_{2j} + p_{3j}$
      sonst CDS Verfahren: $a_j = \sum^v p_{ij}$ und $b_j = \sum^v p_{m-i+1,j}$ für v = 1 ,..., m-1 (Johnson mehrfach anwenden, beste Lösung nehmen)
  - *Job-Shop-Probleme*:
    - $J2||C_{max}$: Regel von Jackson:
      Menge J_{12}: aus Johnson für Maschine 1 => Bearbeitung auf M1 vor M2
      J_{21}: aus Johnson mit A=B vertauscht für M2 => Bearbeitung auf M2 vor M1
    - $J|r_j|C_{max}$: Heuristik von Giffler & Thompson mit unterschiedlichen Prioritätsregeln
- **Fließfertigung**
  - *Bandabgleichung* (für 1 Produkt): Helegeson & Birnie

    $$\underline{m} = \left\lceil \frac{\sum_{v=1}^{N} p_v}{\bar{t}} \right\rceil ; \bar{t} = \max\left\{ p_{max}, \left\lceil \frac{T}{d} \right\rceil \right\} ; \underline{t} = p_{max}$$

    1. Rangwerte bestimmen $w_v = \sum_{\text{aller Nachfolger}} p_v$
    2. Suche μ mit w_v max. und $p_v \le \tau'$ und keine Vorgänger unmakiert
  - Variantenfließfertigung {}
    - Bandabgleichung:
      1. aggregierter Präzendenzgraph mit $p_v = \sum p_{vj} d_j$
      2. Helgeson & Birnie mit aggregierten Werten
    - Reihefolgeplanung:
      1. $c_{\alpha\beta} = \sum (c_{\alpha\beta}')^2 = \sum (p_{i\alpha} + p_{i\beta} - 2\tau)^2$

        2. Handlungsreisendenproblem grafisch lösen

- *Flexible Fertigungssysteme* (FFS)
    - Zentrenproduktion
    - computergesteuertes Job-Shop, Flow-Shop Problem
    - Vorteile: kleine DLZ und hohe Auslastung, Flexibilität, Qualität
    - Optimierung:
        - Analyse
            - M/M/m Warteschlangenmodell /-netzwerk
            - Engpaßanalyse (statisch)
            - Simulation
        - Einsatzplanung
            - Serienbildung
            - Systemrüstung
            - Reihenfolgeplanung
            - Systemsteuerung
- **Fertigungsinseln**
    1. Zuordnung von Erzeugnisfamilien zu Maschinentypen
       à Binär-Sortier-Algorithmus (Zeilen, dann Spalten)
    2. Losgrößenbestimmung **à** klass. EOQ-Formel
    3. Ermittlung Mindestanzahl Maschinen:
       $u_{ij} = 1/\kappa\,((d_j\,\vartheta_{ij}\,/q_{ij}) + d_j\,t_{ij})$; $\mu_i = \mathrm{upper}(\Sigma\, u_{ij})$, $u_i = (\Sigma\, u_{ij})/\,\mu_i$
    4. Zuordnung Erzeugnisse zu einzelnen Maschinen
       à Eröffnungsverfahren: für alle j aus J_i (Produkte) bestimme
       $v^* = \min\{v \mid 1 \le v \le \mu_i,\ u_i^v \le u_i,\ u_i^v + u_{ij} \le 1\}$
       setze $J_i^{v^*} = Ji^{v^*} + \{j\}$ und $u_i^{v^*} = u_i^{v^*} + u_{ij}$
       à Verbesserungsverfahren (nach *Kernighan + Lin*)
        - r = max. Anzahl Produkte, die auf einer Maschine produziert werden können
        - Graph hat Kante, falls beide Erzeugnisse gemeinsam auf einer anderen Maschine mit $\mu_l = 1$ bearbeitet werden
    5. Gruppierung der Maschinen
        - Binärsortieralgorithmus
        - Eröffnung: $\mu = ½\,[\mu_{min} + \mu_{max}]$
        - Verbesserung (nach *Kernighan + Lin*)
          Knoten= Maschinen, Knoten mit Produkten versehen, Nachfrageraten aufsummieren
        - Hinweis: zum Schluß Maschinenfolge beachten!

6. integrierte Produktionsplanung

- **hierarchisch (Hax-Meal)**
    - Aggregation: aggregierte PP und Losgrößenplanung für Produktfamilien
    - Disaggregation: Losgrößen der einzelnen Endprodukte
- **PPS – Systeme**: schrittweise, hauptsächlich Datenverwaltungssystem, nur einfache Heuristiken für Teilergebnisse, keine Rückkopplung, modularer Aufbau
    1. Primärbedarf **à** MPS
    2. MRP
    3. Termin- und Kapazitätsplanung
    4. Ablaufplanung
- **CIM**: PPS + CAx: z.B. CAM; Kritik: keine Bewertung von Kosten, sukzessive Planung
- **Just in Time** (JIT): geringe DLZ und geringe Lagerbestände, Vor.: Linienfertigung
- **Kanban**:
    - Vor.:
        - Massen-/ Großfertigung
        - keine Engpässe
        - jeweils nur ein Nachfolger (außer Endmontage)
        - kurze Rüstzeiten
        - hohe Zuverlässigkeit
    - Transport- (T) und Produktionskanban (P)
    - Kanban – Behälter

- **kapazitiertes PPS** (Numerierung analog PPS)
  1. aggregierte Gesamtplanung (nur End-/Schlüsselprodukte nach Produktgruppen (aggr./zentral) inkl. Kapazität und saisonalen Nachfrageschwankungen, Zeitraum 1-2 Jahre, vgl. Hax-Meal)
  2. kapazitiertes PPP (Ziel: MPS des Gesamtsystems, meiste nur End- und wesentliche Zwischenprod., Zeitraum ca. 3-12 Monate, wochenweise)
  3. detaillierte Losgrößen- und Ressourcenplanung (abh. von der Segmentart, vgl. dort)
  4. segmentspezifische Feinplanung (abh. von der Segmentart, vgl. dort)

7. Standort- und Layoutplanung

- **Warehouse-Location-Problem (WLP)**
  ZF: min $\Sigma \Sigma c_{ij} x_{ij} + \Sigma f_i y_i$
  Heuristik: *Add-Algorithmus*
  Start: $w_{ij} = c_{ij}$
  Schritt 1: bestimme ein k mit $\min\{w_i + f_i\}$, $I^+ = \{k\}$, $w_{ij} = \max \{w_{kj} - w_{ij}, 0\}$
  Schritt 2: bestimme ein k mit $\max \{w_i - f_i\}$, $I^+ = I^+ + \{k\}$,
  falls $w_i \le f_i \Rightarrow I^- = I^- + \{i\}$
  $w_{ij} = \max \{wi_j - wk_j, 0\}$
  wiederhole.
- **Standortplanung in der Ebene** (ein Standort)
  - rechtwinklige Entfernung
    2 Tabellen mit u_j bzw. v_j, b_j, Σb_j
    wähle u_i, v_i dort, wo $\Sigma^i b_j \ge ½ \Sigma^n b_j$ (bei = Intervall wählen, sonst u_i oder v_i wählen)
  - euklidische Entfernung
    $x^0 = \Sigma b_j u_j / \Sigma b_j$ und $y^0 = \Sigma b_j v_j / \Sigma b_j$
    $g_j^{quer} (x,y) = [(x-u_j)^2+(y-v_j)^2+\varepsilon]^{1/2}$
    $x^v = (\Sigma b_j u_j / g_j (x^{v-1}, y^{v-1})) / (\Sigma b_j / g_j (x^{v-1}, y^{v-1}))$ und y^v analog mit v_j
  - quadrierte euklidische Entfernung
    Startlösung x^0, y^0 von b) ist Lösung
- **Standort- Einzugsbereich- Problem**
  1. wähle m beliebige Orte, bestimme d_{ij}
  2. löse Transportproblem
  3. löse Standortproblem in der Ebene (s.o.)
     falls Toleranz überschritten, weiter mit 2.
- **Graphentheoretische Modelle** zur Layoutplanung
  – *vollständiger Graph* ⇔ ∀ i,j existiert eine Kante <i, j>
  – *planarer Graph* ⇔ läßt sich in Ebene ohne Überschneidungen zeichnen
  (nicht planar ⇔ wenn er K_5 oder K_{33} enthält)
  – *max planarer Graph* ⇔ Graph dem keinen Kanten hinzugefügt werden können, ohne das Planarität verloren geht
  – *optimal planarer Graph* ⇔ G planar und alle Bewertungen der zum vollständigen Graphen fehlenden Kanten $r_{ij} = 0$ sind
  - *<u>Deltaeder Methode</u>* (Heuristik, Eröffnungsverfahren)
    - bestimme die Zeilensumme $r_i = \Sigma r_{ij}$ → in absteigender Reihenfolge sortieren
    - bilde aus den ersten vier ein Deltaeder → bestimme ZF-Wert
    - füge nächsten Knoten in Dreieck mit max $\{r_{iq} + r_{ip} + r_{ih}\}$ ein → bestimme ZF Wert
    - zulässige Darstellung durch Randknoten nach außen
    - Layout durch Anordnung um inneren Knoten (ausprobieren!)

8. Qualitätssicherung

- **Qualitätsregelkarten für die Variablenprüfung**
  - *$\bar{x}$ - Karte:*
    M = μ, OEG/UEG = $\mu \pm u_{0,995}\, \sigma / \sqrt{n}$
    falls σ unbekannt: M= $\bar{\bar{x}}$, OEG/UEG = $\bar{\bar{x}} \pm \dfrac{3\bar{r}}{d_n \sqrt{n}}$ mit $\bar{r} = \frac{1}{m} \sum r_k = d_n\, \sigma$
    mit r_k = Spannweite der Stichprobe
  - *r – Karte:*
    M = $\bar{r}$, OEG/UEG = $(1 \pm b_n / d_n)\ \bar{r}$
  - *s- Karte*:
    M = $a_n\, \sigma$, OEG/UEG = $[\ a_n \pm 3 \sqrt{(1-a_n^2)}\ ]\ \sigma$
    mit $\bar{s} = a_n\, \sigma = \frac{1}{m} \sum s_k$ und $s_k = \sqrt{\dfrac{1}{n-1} \sum (x_{ik} - \bar{x}_k)^2}$
- **Qualitätsregelkarten für die Attributprüfung**
  - *p – Karte*: (Anteil fehlerhafter Artikel in Stichprobe, X ~ Bin (n,p))
    M = p; OEG/UEG = (p ± 3 $\sqrt{\dfrac{p(1-p)}{n}}$ mit p = Fehlerwahrscheinlichkeit
  - *x – Karte*: (Anzahl Fehler pro Produkteinheit/ X ~ Poisson (λ))
    M = λ , OEG/UEG = $\lambda \pm 3 \sqrt{\lambda}$
- **Abnahmenprüfung**
  - *Testen & Hypothesen*:
    H_0 : $\mu \le \mu_0$ (z.B.) und H_1: $\mu > \mu_0$
    Testfunktion: U(μ) = $\dfrac{\bar{x} - m}{s / \sqrt{n}}$
    falls U(μ) in Annahmebereich: A = $(-\infty , u_{1-\alpha}]$, dann H_0 nicht ablehnen mit $u_{1-\alpha}$ = Quantil von N(...)
  - *Operationscharakteristik*:
    L(p) = OC = Wahrscheinlichkeit, daß ein Los mit Ausschußwahrscheinlichkeit angenommen wird
    L ~ Hypergeo, approx. durch Bin(n,p)
    α = Fehler 1. Art = Produzentenrisiko = 1 – L(AQL) mit AQL= annehmbare Qualitätslage
    β = Fehler 2. Art = Konsumentenrisiko = L(RQL) mit RQL= zurückzuweisende Qualitätslage
    AOQ(p) = (1- $\frac{n}{N}$) p L(p) = mittl. Durchschlupf
    AOQL(p) = max AOQ(p) = max. mittlere Durchschlupf
    AFI(p) = ATI(p) / N = 1 – AOQ(p) / p = relativer mittlerer Prüfaufwand
  - *neuere japanische Konzepte*:
    - Qualitätszirkel: + günstig – Motivation
    - TQM: gesamter Prozeß, + Spezifikation, Konstruktion, Entwicklung, Kundendienst, auf Qualität auszurichten
    - Taguchi-Methode
- **Zuverlässigkeit von Bauteilen & Systemen**
  - Seriensysteme: $P_S = p_1 * ... * p_n$
  - Parallelsysteme: $P_P = 1- (1-p_1) * ... * (1-p_n)$
  - *k-von-n-System*:
    P = Summe der Wahrscheinlichkeiten über alle möglichen Permutationen
    Zuverlässigkeitsschaubild: Vorsicht keine Paralle- /Seriellschaltung!
  - *Reduktionsverfahren*: $P_{ges} = p_j\, P_{ges}(...|\, J \text{ intakt}) + (1-p_j)\, P_{ges}(...|\, J \text{ nicht intakt})$

- **Beschreibung der Zuverlässigkeit durch Lebensdauerverteilungen**:
  - Überlebenswahrscheinlichkeit: $R(t) = 1 – F(t) = \overline{F}(t) = e^{-\int_0^{\infty} r(s)ds}$
  - Ausfallrate: $r(t) = f(t) / R(t)$
    à IFR Verteilung, falls r(t) monoton steigend, DFR bei monoton steigend, const. bei r ~ Exp
  - Exponentialverteilung: $R(t) = e^{-\lambda t}$, $r(t) = \lambda = 1 / E(t)$
  - Weibullverteilung: $f(t) = \alpha \lambda t^{\alpha-1} e^{-\lambda t^\wedge \alpha}$, $R(t) = e^{-\lambda t^\wedge \alpha}$, $r(t) = \alpha * l\, t^{\alpha -1}$
  - Normalverteilung: $R(t) = 1 - \phi (t-\mu /\sigma)$
  - Seriensystem: $R_S(t) = \Pi R_i(t)$
  - Parallelsystem: $R_P(t) = 1 - \Pi ((1-R_i(t))$
- **Wartung und Instandhaltung von Systemen**
  - momentane Verfügbarkeit: $A(t) = \frac{m}{l+m} + \frac{l}{l+m} e^{-(\lambda + \mu) t}$, mit $A_0 = 1$

    es gilt: $\lim_{t\to\infty} A(t) = A = \frac{m}{l+m}$ = E(T) / [E(T)+E(Z)] mit $\lambda = 1/ E(T)$, $\mu = 1/E(Z)$
  - $B(t) = \frac{m}{l+m} - \frac{m}{l+m} e^{-(\lambda + \mu) t}$, mit $B_0 = 0$
  - *Erneuerung von Komponenten und Systemen*
    - *Ausfallerneuerung*: $C_a = c_f / E(T)$
    - *vorbeugende Erneuerung*:

      bestimme min $C_v(\theta) = \frac{(c_f - c_v)F(q) + c_v}{\int_0^q \overline{F}(t)dt}$
      - bei X ~ Exp(λ) lohnt es nicht!
      - diskreter Fall: $F(\theta) = \sum p_k$, Nenner: $\theta - \Sigma^\theta (\theta -k) p_k$
    - *Blockerneuerung*: (für feste Intervalle θ)
      suche min $C_b(\theta) = [c_b + c_f H(\theta)] / \theta$ mit $H(\theta)$ = Anz. fehlerbedingter Erneuerungen in θ
      diskret: $H(\theta) = \Sigma^\theta n_k = \Sigma^\theta n_j p_{k-j}$
      stetig: $H(\theta) = \theta/ E(t)$ (nur bei Exp(λ) !!!)
  - *Lebensdauergarantie*
    $C_{1/2}$ = Preis mit Garantie, K = Preis mit Garantie, $W_{1/2}$ = Garantiedauer
    - Typ 1: Erstazgarantie

      vergleiche $\frac{C_1 l}{l W_1 + 1}$ mit K λ
    - Typ 2: Anteilige Rückvergütung

      vergleiche C_2 mit $\frac{l K W_2}{1 - e^{-l W_2}}$

Viel Erfolg!

